$$\varphi(0,3) = f(0,3) - 0,3$$
$$= 1 + \ln(0,3 \times 1,7) - 0,3$$
$$= 0,7 + \ln(0,51) \square 0,02 > 0$$

$$\varphi(0,3) \times \varphi(x_0) < 0 \Rightarrow \alpha \in]x_0; 0,3[$$

Remarque :

$$x_0 = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{e}} \approx 0.23 \Rightarrow x_0 < 0,3.$$

*/ $\varphi(\alpha) = f(\alpha) - \alpha = 0$

$$\Rightarrow f(\alpha) = \alpha$$
$$\Rightarrow 1 + \ln[\alpha(2-\alpha)] = \alpha$$
$$\Rightarrow \boxed{\ln[\alpha(2-\alpha)] = \alpha - 1}$$

c) étude de signe de $\varphi(x)$

x	0	α	1	2
$\varphi(\alpha)$	−	0 +	0	−

Sur $]0, \alpha[\cup]1, 2[$. $\varphi(x) < 0$

$\Rightarrow f(x) < x \Rightarrow C$ est au dessous de $\Delta : y = x$

Sur $]\alpha, 1[: \varphi(x) > 0$

$f(x) > x \Rightarrow C$ est au dessus de $\Delta : y = x$.

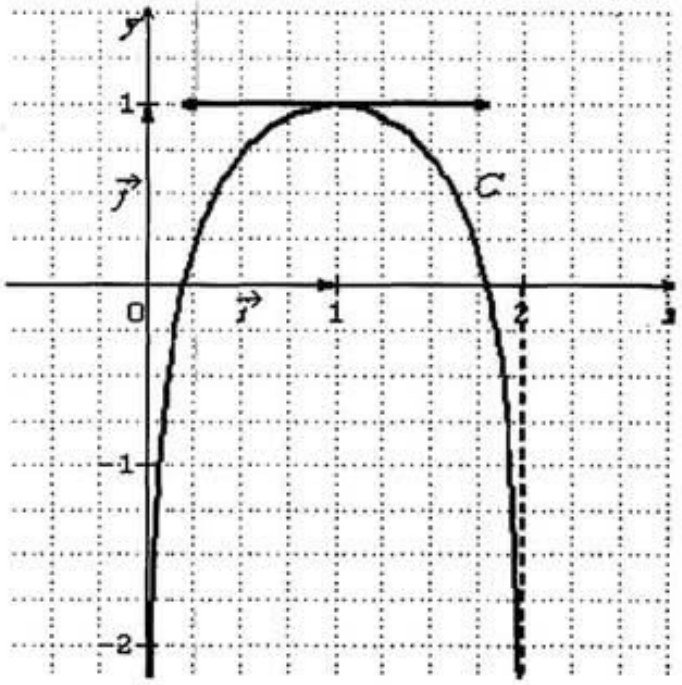
$C \cap \Delta = \{(1,1);(\alpha,\alpha)\}$.

Pour le graphe : $\frac{1}{e} \square 0,36$

$$1 - \frac{1}{e} \square 0,64 \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{e}} \square 0,8$$

$x_0 \square 0,2$, $x_1 \square 1,8$

4) Courbe :



5/ g restriction de f a $]0,1]$

a) g est continue et strictement croissante sur $]0,1]$ donc g réalise une bijection de I sur $g(I) = \left]\lim_{0^+} g, g(1)\right]$

$$=]-\infty, 1] = J$$

b) $y \in]0,1], x \in]-\infty,1]$

$$y = g^{-1}(x) \Leftrightarrow g(y) = x$$

$$g(y) = 1 + \ln[y(2-y)] = x$$
$$\Leftrightarrow \ln[y(2-y)] = x - 1$$
$$\Leftrightarrow y(2-y) = e^{x-1}$$
$$\Leftrightarrow -y^2 + 2y - e^{x-1} = 0 \text{ (équation d'inconnue y).}$$
$$\Delta' = 1 - e^{x-1}$$

On a : $x < 1 \Leftrightarrow x - 1 < 0$

$$\Leftrightarrow e^{x-1} < 1 \Leftrightarrow 1 - e^{x-1} > 0$$

Donc l'équation admet deux solutions :

$$y_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - e^{x-1}}}{-1} = 1 - \sqrt{1 - e^{x-1}}$$

$$y_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 - e^{x-1}}}{-1} = 1 + \sqrt{1 - e^{x-1}}$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn